Diverse chiavi di lettura delle “misconcezioni”

Silvia Sbaragli

NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Italia
Facoltà di Scienza della Formazione, Università di Bologna e Bolzano, Italia
Alta Scuola Pedagogica, Locarno, Svizzera

Questo articolo è stato oggetto di pubblicazioni in:
Sbaragli S. (2006). Diverse chiavi di lettura delle misconcezioni. *Rassegna.* Istituto Pedagogico di Bolzano. XIV, 29, 47-52.

1. Introduzione

In questo articolo tratteremo uno dei termini più usati da decenni nella ricerca in didattica della matematica, la parola “*misconcezione*”, inquadrandolo all’interno del panorama attuale di ricerca. L’interpretazione delle misconcezione a cui facciamo riferimento, si fonda sul ruolo costruttivo ed elaborato proposto da D’Amore per questo termine fin dagli anni ’90, che considera le misconcezioni non come situazioni del tutto o certamente negative, ma anche come possibili momenti di passaggio, in corso di sistemazione, a volte necessari per la costruzione di un concetto; tale scelta costruttiva permette di superare la scontata interpretazione negativa derivata classicamente dalla letteratura. In quest’ottica, le misconcezioni non costituiscono un ostacolo all’apprendimento futuro degli allievi se sono legate ad *immagini deboli e instabile* del concetto, mentre rappresentano un ostacolo all’apprendimento se sono radicate a *forti e stabili modelli* di un concetto. Tutto ciò deriva dalla forza e stabilità del modello, caratteristiche che sono di per sé stesse di ostacolo ai futuri apprendimenti, rispetto alla dinamicità e instabilità delle immagini (per la terminologia tecnica di didattica della matematica, si veda D’Amore, 1999).
Questa proposta semantica è in analogia con ciò che fece Brousseau per il termine *ostacolo* a partire dal 1976, al quale diede un ruolo costruttivo in didattica della matematica, interpretandolo come una conoscenza che ha avuto successo in situazioni precedenti, ma che non “tiene” di fronte a situazioni nuove.
Le misconcezioni così intese sono state da noi distinte in due grandi categorie: *“inevitabili”* ed *“evitabili”*; le prime sono quelle che *non dipendono direttamente dalla trasposizione didattica effettuata dal docente*, ma dalla necessità di dover dire e mostrare qualcosa per poter spiegare un concetto, che non potrà mai essere esaustivo di ciò che si sta proponendo; mentre le seconde *dipendono proprio dalle scelte che l’insegnante prende per effettuare la trasposizione didattica* e che possono condizionare negativamente la formazione degli allievi.
Spiegheremo di seguito queste categorie presentando alcuni esempi.

2. L'"inevitabilità"

L'*"inevitabilità"* delle misconcezioni è intrinsecamente legata al pensiero di due autorevoli autori: Luis Radford e Raymond Duval. Il primo sostiene che l'apprendimento è il processo di trasformazione attiva degli oggetti concettuali culturali in oggetti di coscienza che avviene tramite il processo di *oggettivazione*, inteso etimologicamente come «far mettere qualche cosa davanti a qualcuno in modo che lo possa percepire». Questo processo di oggettivazione è particolarmente problematico in matematica, in quanto non è possibile accedere ai suoi oggetti neanche con il più accurato gesto ostensivo, ma è necessario ricorrere a *rappresentazioni* che Radford chiama *mezzi semiotici di oggettivazione* del sapere legati alle pratiche sociali da cui hanno origine.
I mezzi semiotici di oggettivazione sono molteplici, e riguardano sia attività intellettuali sia sensoriali; essi comprendono l'attività sensoriale e cinestetica del corpo (azioni, gesti, movimento corporeo, …), gli artefatti (oggetti, strumenti tecnologici, …) e il ricorso a simboli matematici di vario tipo (algebrico, figurale, ...). In generale, i mezzi semiotici di oggettivazione rappresentano i segni che si utilizzano per rendere visibile un'intenzione e per condurre a termine un'azione.
L'*"inevitabilità"* dipende quindi dai mezzi semiotici di oggettivazione che gli insegnanti sono *costretti* a fornire per poter presentare un concetto, mezzi che conterranno informazioni "limitate e parassite" rispetto al concetto matematico che si vuole trattare.
Nell'affermare che nel presentare un concetto si è *costretti* a fare i conti con rappresentazioni semiotiche, siamo anche in linea con ciò che da anni sostiene Duval: *non c'è noetica* (acquisizione concettuale di un oggetto) *senza semiotica* (rappresentazione realizzata per mezzo di segni) e la semiotica viene assunta come caratteristica necessaria per garantire il primo passo verso la noetica. Detto in altro modo, le rappresentazioni semiotiche sono il solo modo di accesso agli oggetti matematici.
Di conseguenza, dovendo fare in matematica necessariamente i conti con le rappresentazioni semiotiche di un concetto, potrebbe accadere che lo studente o addirittura, come vedremo nel paragrafo successivo, l'insegnante stesso, confonda la semiotica con la noetica, associando le caratteristiche peculiari della specifica rappresentazione di un concetto al concetto stesso.
L'"inevitabilità" del passaggio attraverso la semiotica, rende quindi le *misconcezioni* che ne derivano "*inevitabili"*.

Da questo punto di vista, un *esempio di misconcezione* "*inevitabile"* è il seguente.
Quando un insegnante mostra per la prima volta ad un bambino di scuola dell'infanzia un modello di cubo rosso, di legno, di una certa dimensione e gli dice: *«Guarda, questo è un cubo»*, il bambino potrebbe credere che un cubo deve essere sempre rosso, di legno, di quelle determinate dimensioni. Tutte queste informazioni percettive che derivano dalla semiotica (rappresentazione proposta) e che sono avvertite come "parassite" nel contesto della Matematica, potrebbero essere invece quelle considerate dall'allievo come caratterizzanti il concetto del quale si sta parlando, essendo più facilmente percepibili e immediate.
Le misconcezioni che si possono essere create, derivano quindi solo *indirettamente* dalla *trasposizione didattica* effettuata dall'insegnante; in questo caso le misconcezioni

possono essere viste come “*inevitabili”* momenti di passaggio nella costruzione dei concetti che saranno solo momentanei se in seguito l’insegnante avrà la sensibilità didattica di fornire diverse rappresentazioni in vari registri, così che l’allievo lentamente compirà dei passi in avanti nella costruzione del concetto, ampliando le vecchie immagini-misconcezioni, fino a creare una nuova immagine in grado di contemplare tutte le successive sollecitazioni che gli verranno proposte. Ossia, lentamente lo studente rinuncerà ai *tratti distintivi* dell’oggetto che non lo caratterizzano dal punto di vista matematico, per puntare l’attenzione su quelli che invece lo rappresentano in questo contesto.

L’“inevitabilità” delle misconcezioni, oltre a dipendere *dalla necessità di dover far uso di rappresentazioni per poter spiegare un concetto,* può anche essere imputata alla *necessaria gradualità del sapere,* così com’è mostrato nel seguente esempio.
Lo studente ha imparato negli anni a riconoscere il quadrato e il rettangolo tramite sollecitazioni scolastiche ed extra-scolastiche. Un giorno l’insegnante di scuola primaria analizza più a fondo da un punto di vista logico la definizione di quadrato a partire dal rettangolo e mostra come la richiesta che evidenzia la “differenza specifica” tra il “genere prossimo” rettangoli ed il “sottogenere” quadrati riguarda solo la lunghezza dei lati (che devono essere tutti congruenti). Quindi, dopo aver disegnato un quadrato alla lavagna, sostiene che esso è un particolare tipo di rettangolo. La misconcezione che negli anni potrebbe essersi creata nell’allievo, che l’immagine prototipo di rettangolo è una figura che deve avere i lati consecutivi di lunghezze diverse, potrebbe a questo punto creare un conflitto cognitivo con la nuova immagine proposta dall’insegnante. Tale possibile *misconcezione* iniziale è da noi considerata “*inevitabile”*, in quanto dipende dalla necessaria gradualità dell’introduzione dei saperi che, per essere proposti, si devono ancorare a rappresentazioni semiotiche che spesso nascondono la totalità e la complessità del concetto; risulta in effetti impensabile poter proporre inizialmente tutte le considerazioni necessarie per poter caratterizzare un concetto dal punto di vista matematico.

Questi esempi di misconcezioni “inevitabili” sembrano essere legati agli ostacoli *epistemologici* (che dipendono da fatti intrinseci alla matematica stessa) e *ontogenetici* (che hanno origine negli allievi) proposti classicamente da Brousseau; ostacoli, quelli epistemologici, che sono stati fatti rientrare nell’ultimo decennio da Luis Radford nelle “pratiche” sociali.

3. L’“evitabilità”

Come abbiamo già affermato, le misconcezioni “evitabili” sono quelle che derivano *direttamente dalla trasposizione didattica del Sapere*, in quanto sono, appunto, una diretta conseguenza delle scelte degli insegnanti. Queste misconcezioni sono, dunque, riconducibili alla prassi scolastica “minata” da improprie consuetudini proposte dagli insegnanti ai propri allievi.
In effetti, capita spesso che, a complicare l’apprendimento dei concetti matematici, incidano le decisioni prese dall’insegnante, derivanti dalle proposte della *noosfera* (libri di testo, programmi, riviste,…), di fornire all’allievo giorno dopo giorno, sempre e solo univoche rappresentazioni convenzionali. Eppure, la concettualizzazione degli oggetti

matematici non avviene ricorrendo ad uno solo di questi possibili sistemi semiotici, poiché il significato è forgiato dall'azione reciproca dei diversi mezzi di oggettivazione.
L'insegnante ha il compito delicato di guidare e sostenere lo studente nella coordinazione di mezzi semiotici eterogenei, ciascuno dei quali è di per sé articolato e difficile da gestire, per evitare che l'allievo, o l'insegnante stesso, confonda l'oggetto matematico con una sua rappresentazione.
Tale pensiero è sostenuto anche da Duval che ribadisce come, presso alcuni studiosi di didattica, si scorge una riduzione del segno ai *simboli convenzionali* che connotano direttamente e isolatamente dei concetti, ma che possono portare a misconcezioni (da noi chiamate *"evitabili"*), dato che diventano rappresentanti unici di un dato concetto in un dato registro.
Assumendo tutto questo come vero, ne consegue che occorre didatticamente fare molta attenzione alla scelta del sistema di segni, che rappresentano l'oggetto matematico che si vuole far apprendere ai propri allievi; un'attenzione che è spesso sottovalutata o data per scontata.

L'*esempio* da noi scelto da questo punto di vista, verte su ricerche indirizzate nel rilevare modelli erronei in allievi e in insegnanti costruiti su immagini-misconcezioni riguardanti gli *enti primitivi della geometria.*
In questo contesto, tre le scelte didattiche che possono generare misconcezioni *"evitabili"*, vi è quella di fornire sempre e solo univoche rappresentazioni convenzionali, che portano l'allievo, e a volte l'insegnante stesso, ad attribuire agli enti primitivi della geometria proprietà che risultano erronee nel contesto della matematica.
Ad esempio, per quanto riguarda il punto matematico, alla domanda posta dal ricercatore: *«Che cos'è per te un punto in matematica?»*, alcuni allievi ed insegnanti rispondono attribuendo a questo ente matematico una forma "tondeggiante", che corrisponde con quella di un cerchio o di una sfera a seconda se si sta parlando del piano o dello spazio.
- *«È un punto rotondo che forma le linee»* (terza media);
- *«Il punto è sferico»* (insegnante di scuola primaria).
[L'ultima affermazione è di un insegnante che stava facendo costruire ai propri allievi poliedri "scheletrati" con pongo e stuzzicadenti e che pretendeva che i vertici dei solidi fossero realizzati esclusivamente di forma sferica, essendo a suo parere una proprietà caratteristica del punto matematico].
Come si rileva dai casi seguenti, alcuni allievi ed insegnanti associano all'idea erronea legata alla forma univoca dei punti matematici anche una certa dimensione variabile:
- *«Per me il punto può essere una cosa grandissima o microscopico perché è come un cerchio di diverse misure»* (quarta primaria);
- *«Per me il punto è un cerchio di diametro variabile»* (insegnante di scuola primaria).
È, in effetti, la dimensione variabile del punto matematico, l'erronea caratteristica sulla quale si concentra maggiormente l'attenzione degli intervistati, sostenendo come questa possa variare a seconda della rappresentazione scelta, confondendo così la univoca rappresentazione con il concetto stesso.
Dalle idee distorte degli insegnanti sopra evidenziate, emerge come spesso la scelta delle rappresentazioni, non è una scelta didattica consapevole, ma deriva da modelli erronei posseduti dagli insegnanti stessi. G.: *«Sono trent'anni che dico ai miei bambini che il punto è quello che si disegna con la matita, non potrò cambiare adesso. E poi ritengo che sia proprio questo il vero significato di punto. Perché, non è più così?»*

(insegnante di scuola primaria). La domanda posta da questo insegnante fa emergere la mancanza di un sapere concettuale e la presenza di un sapere legato alla trasposizione didattica che solitamente viene proposto dalla noosfera tramite libri di testo per studenti. Eppure, per non creare forti fraintendimenti come quelli rilevati, occorre innanzitutto che l'insegnante sia a conoscenza del significato "istituzionale" dell'oggetto matematico che intende far apprendere, in secondo luogo deve indirizzare in modo consapevole e critico le modalità didattiche. Da questo punto di vista sono numerose le attuali ricerche che mostrano come le difficoltà riscontrate negli studenti sono le stesse riscontrate nei loro insegnanti, che quindi comportano *"inevitabilmente"* misconcezioni *"evitabili"*.

L'univocità e ripetitività delle rappresentazioni fornite non rappresenta l'unica causa delle misconcezioni *"evitabili"*; queste spesso dipendono dalle scelte delle rappresentazioni stesse che possono essere forvianti e improprie rispetto al concetto che si vuole proporre. Il caso emblematico da noi scelto riguarda la consueta proposta dei libri di testo, adottati dalla maggioranza degli insegnanti, di indicare *l'angolo con un "archetto"* disegnato tra le due semirette che lo determinano. Questa rappresentazione risulta spesso univoca e soprattutto mal scelta, essendo una linea limitata che a sua volta limita una parte di piano; ciò è in contrasto con la proprietà caratterizzante questo "oggetto" in àmbito matematico: la sua illimitatezza. Una ricerca condotta con 42 studenti di Scienze della Formazione Primaria di Bressanone ha dimostrato l'inadeguatezza di questa scelta semiotica. Alla domanda: *«Che cos'è un angolo?»*, 7 rispondono: *«Un angolo è la lunghezza dell'arco»,* 18 focalizzano l'attenzione sulla parte di piano limitata individuata dall'"archetto", 9 si dimostrano dubbiosi, mentre solo i rimanenti 8 studenti sembrano possedere il significato di angolo in matematica.

Questi esempi di misconcezioni "evitabili" sembrano quindi essere legati ai classici *ostacoli didattici,* individuati da Brousseau, che hanno origine nelle scelte didattiche e metodologiche dell'insegnante.

Concludendo, in questo articolo si è voluto mettere in evidenza come la scelta dei segni non sia neutra o indipendente: «I mezzi semiotici di oggettivazione offrono possibilità diverse per svolgere un compito per designare oggetti ed esprimere intenzioni. (…) Occorre quindi saper individuare i mezzi semiotici di oggettivazione per ottenere oggetti di coscienza» (Radford, 2005).
Dal punto di vista dell'insegnamento, occorre quindi prestare attenzione ai mezzi semiotici di oggettivazione da proporre, alle misconcezioni che potrebbero generare, ai diversi livelli concettuali dei mezzi proposti e ai problemi posti agli allievi per passare da un livello all'altro.
Risulta quindi indispensabile per il superamento di *misconcezioni "inevitabili"* e l'assenza di *misconcezioni "evitabili"*, fornire una grande varietà di rappresentazioni opportunamente organizzate e integrate in un sistema sociale di significazioni rappresentato dalle pratiche matematiche condivise dagli allievi.

Bibliografia

D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica.* Bologna: Pitagora.

D'Amore B., Sbaragli S. (2005). Analisi semantica e didattica dell'idea di "misconcezione". *La matematica e la sua didattica*. 2, 139-163.

Duval R. (2006). Trasformazioni di rappresentazioni semiotiche e prassi di pensiero in matematica. *La matematica e la sua didattica.* 4, 585-619.

Radford L. (2005) La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica.* 2, 191-213.

Sbaragli S. (2005). Misconcezioni "inevitabili" e misconcezioni "evitabili". *La matematica e la sua didattica.* 1, 57-71.